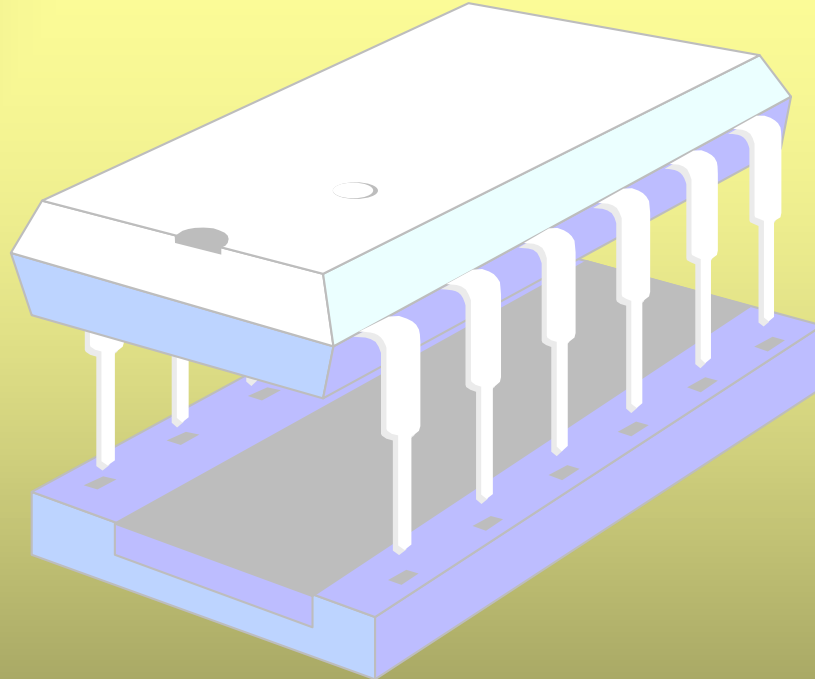
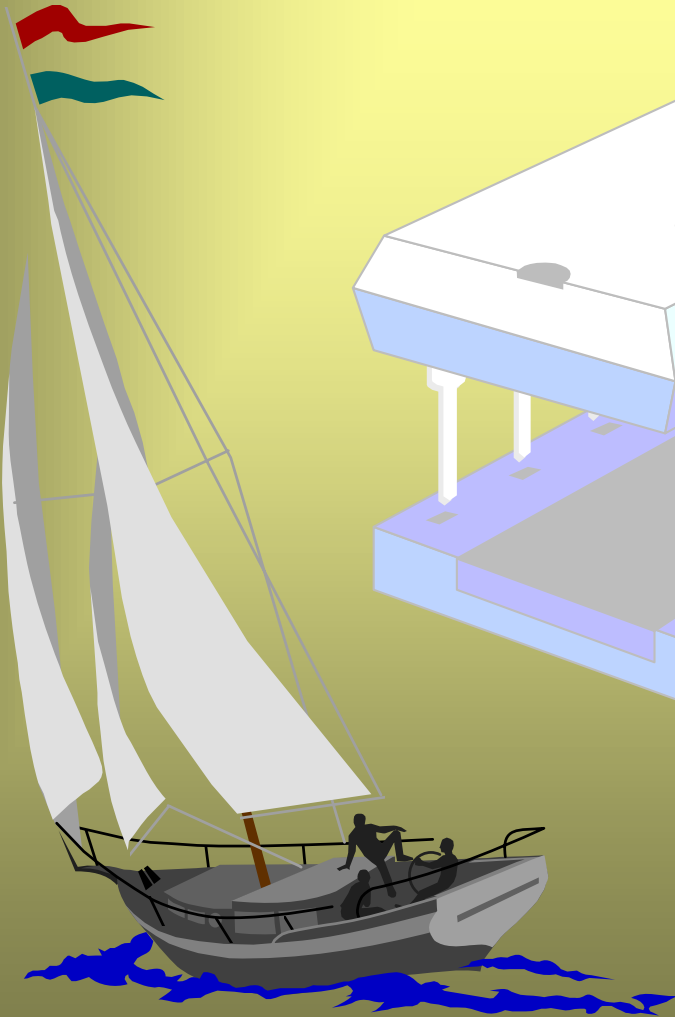


ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Α' ΕΝΟΤΗΤΑ

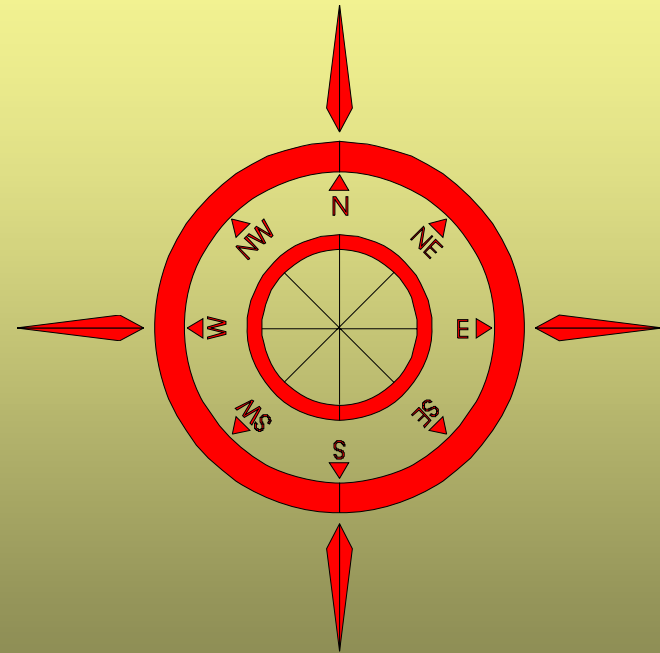


ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

- ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
- ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ ΑΠΟ ΤΟ ΕΝΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΟ ΑΛΛΟ
- ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



03595686 © www.visualphotos.com



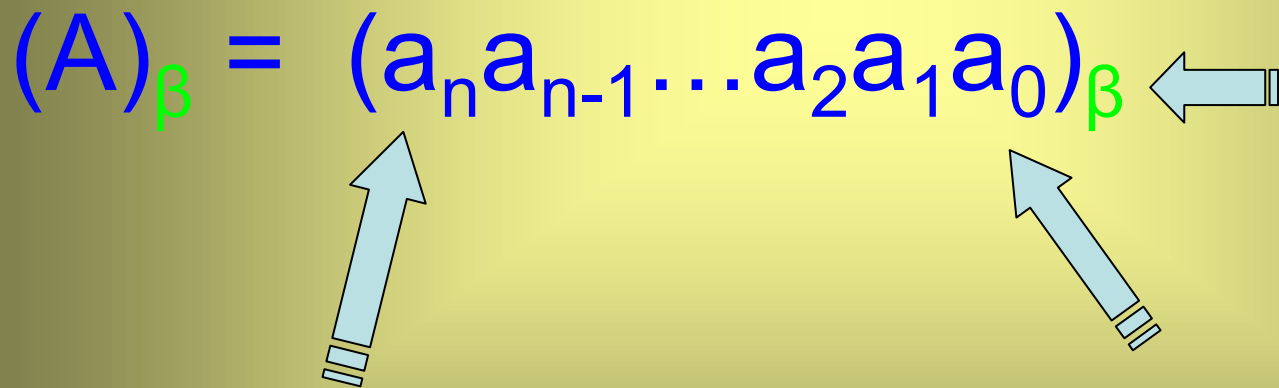
Αριθμητικά Συστήματα



ΑΡΧΕΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Βασίζεται στην ύπαρξη :

- Βάσης (base, radix) του συστήματος
- Αξίας - Βάρους (weight) των θέσεων των συμβόλων

$$(A)_{\beta} = (a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0)_{\beta}$$


Δυαδικό σύστημα	Δεκαδικό σύστημα	Δεκαεξαδικό σύστημα
0	0	0
1	1	1
	2	2
	3	3
	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9
		A
		B
		C
		D
		E
		F

Περισσότερο Σημαντικό Ψηφίο
(Most Significant Digit - **MSD**),
μεγαλύτερη αξία

Λιγότερο Σημαντικό Ψηφίο
(Least Significant Digit - **LSD**),
μικρότερη αξία.

1. ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$(A)_{10} = (a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta = (X)_\beta$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ :

$$(2573)_{10} = (a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta =$$

- 3 Μονάδες (10^0)
- 7 Δεκάδες (10^1)
- 5 Εκατοντάδες (10^2)
- 2 Χιλιάδες (10^3)



2. ΟΚΤΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$(A)_8 = (a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta = (X)_\beta$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ :

$$(2573)_8 = (a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta =$$

- 3 Μονάδες (8^0)
- 7 Οκτάδες (8^1)
- 5 64-δες (8^2)
- 2 512-δες (8^3)



3. ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$(A)_{16} = (a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta = (X)_\beta$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ :

$$(2573)_{16} = (a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta =$$

- 3 Μονάδες (16^0)
- 7 Δεκάεξάδες (16^1)
- 5 256-δες (16^2)
- 2 4096-δες (16^3)

δεκαεξαδικό ψηφίο
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
A
B
C
D
E
F



4. ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$(A)_2 = (a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta = (X)_\beta$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ :

$$(1010)_2 = (a_3 a_2 a_1 a_0)_\beta =$$

0 Μονάδες (2^0)

1 Δυάδες (2^1)

0 Τετράδες (2^2)

1 Οκτάδες (2^3)



δεκαεξαδικό ψηφίο	δυναδικά ψηφία
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

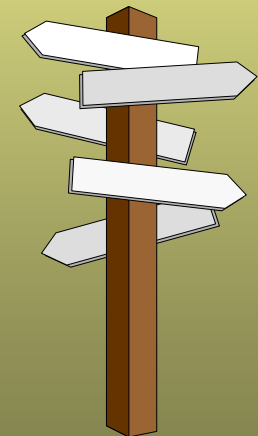
ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ...

Δυαδικό σύστημα	Δεκαδικό σύστημα	Δεκαεξαδικό σύστημα
0	0	0
1	1	1
	2	2
	3	3
	4	4
	5	5
	6	6
	7	7
	8	8
	9	9
		A
		B
		C
		D
		E
		F



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ ΣΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Σύμβολο	Κώδικας ASCII	Κώδικας EBCDIC
A	01000001	11000001
B	01000010	11000010
C	01000011	11000011
D	01000100	11000100
E	01000101	11000101
0	00110000	11110000
1	00110001	11110001
2	00110010	11110010
!	00100001	01011010
#	00100011	01111011
\$	00100100	01011011
%	00100101	01101100
(00101000	01001101
+	00101011	01001110
-	00101001	01001111
*	00101010	01011100



ASCII : American Standard Code for Information Interchange (Αμερικανικός Πρότυπος Κώδικας για την Ανταλλαγή Πληροφοριών)

EBCDIC : Extended Binary Coded Decimal Interchange Code (Διευρυμένος Δυαδικός Κώδικας δεκαδικών για Επικοινωνία)

Ο κώδικας ASCII

$b_7b_6b_5$ $b_4b_3b_2b_1$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1001	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[k	{
1100	FF	FS	'	<	L	\	l	
1101	CR	GS	-	=	M]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	-	o	DEL

ΚΩΔΙΚΑΣ ΕΛΛΗΝΙΚΟΣ Printer της IBM

Upper Bit Lower Bit	Hex	00	10	20	30	40	50	60	70	80	90	A0	B0	C0	D0	E0	F0
Hex	Bi	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
00	0000	0	▶	SP	0	@	P	.	p	Ç	É	á	⋮	L	ll	α	=
01	0001	☺	◀	!	1	A	Q	a	q	ü	æ	i	⋮	⊥	⌘	β	±
02	0010	☹	‡	“	2	B	R	b	r	é	Æ	ó	⋮	T	π	Γ	≥
03	0011	♥	!!	#	3	C	S	c	s	â	ô	ú		†	ll	π	≤
04	0100	♦	¶	\$	4	D	T	d	t	ä	ö	ñ	†	-	l	Σ	∫
05	0101	♣	§	%	5	E	U	e	u	à	ò	ñ	‡	+	F	σ	J
06	0110	♠	.	&	6	F	V	f	v	â	û	ä		†	π	μ	÷
07	0111	•	‡	.	7	G	W	g	w	ç	ù	ø	π			τ	=
08	1000	◻	†	(8	H	X	h	x	ê	ÿ	ÿ	ƒ	ll	≠	Φ	°
09	1001	◊	‡)	9	I	Y	i	y	ë	ö	ƒ		Γ	J	Θ	•
0A	1010	◼	→	.	:	J	Z	j	z	è	Ü	ƒ		ll	Γ	Ω	•
0B	1011	♠	←	+	:	K	[k	{	ï	ç	1/2	π	π	■	δ	√
0C	1100	♀	L	.	<	L	\	l	!	ï	£	1/4	J	ll	■	∞	n
0D	1101	♫	↔	-	=	M]	m	}	ï	¥	i	ll	=	■	φ	2
0E	1110	♫	▲	.	>	N	-	n	-	Ä	¢	“	†	ll	■	€	•
0F	1111	☼	▼	/	?	O	-	o	◊	Å	ƒ	”	†	⊥	■	∩	SP
		15	31	47	63	79	95	111	127	143	159	175	191	207	223	239	255

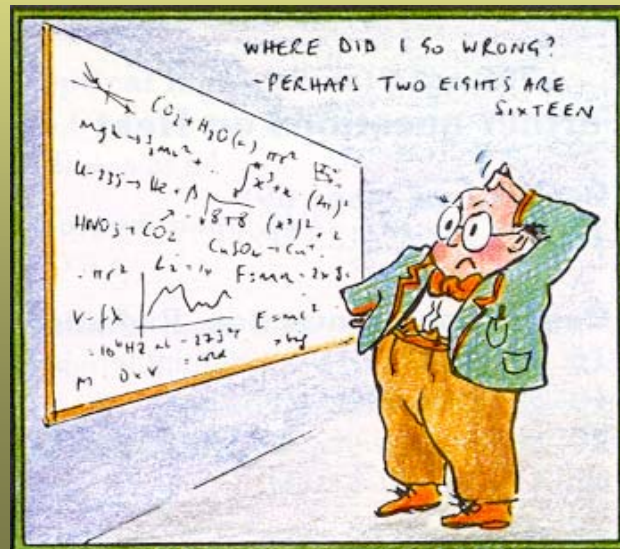
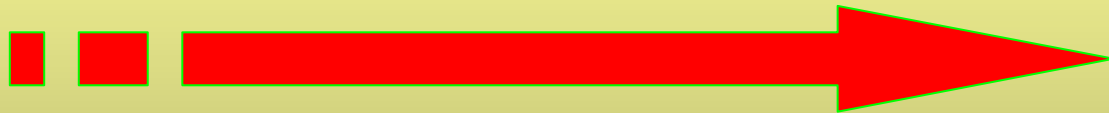
ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ ΣΕ ΑΛΛΟ

- i. $(A)_\beta = (X_?)_{10}$
- ii. $(A)_{10} = (X_?)_\beta$



i. ΒΑΣΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΤΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$(A)_\beta = (a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0)_\beta =$$
$$a_n \beta^n + a_{n-1} \beta^{n-1} + \dots + a_3 \beta^3 + a_2 \beta^2 + a_1 \beta^1 + a_0 \beta^0 = (X)_{10}$$



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ - ΚΩΔΙΚΕΣ

ΔΕΚΑΔΙΚΟ	ΟΚΤΑΔΙΚΟ	ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟ	ΔΥΑΔΙΚΟ
000	000	00	000000
001	001	01	000001
002	002	02	000010
003	003	03	000011
004	004	04	000100
005	005	05	000101
006	006	06	000110
007	007	07	000111
008	010	08	001000
009	011	09	001001
010	012	0A	001010
011	013	0B	001011
012	014	0C	001100
013	015	0D	001101
014	016	0E	001110
015	017	0F	001111
016	020	10	010000
017	021	11	010001
018	022	12	010010
019	023	13	010011
020	024	14	010100
021	025	15	010101
022	026	16	010110
023	027	17	010111
024	030	18	011000
025	031	19	011001
026	032	1A	011010
027	033	1B	011011
...

Παραδείγματα,

$$1. (0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)_2 = (X)_{10}$$

$\uparrow\ \uparrow\ \uparrow\ \uparrow\ \uparrow\ \uparrow$
 $(a_5\ a_4\ a_3\ a_2\ a_1\ a_0)_b$

$$0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$

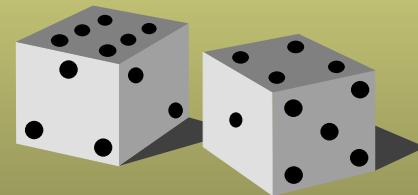
$$0 + 16 + 8 + 0 + 2 + 1 = (27)_{10} \quad \checkmark$$

$$2. (1\ B)_{16} = (X)_{10}$$

$$1 \times 16^1 + B \times 16^0 = 16 + 11 = (27)_{10} \quad \checkmark$$

$$3. (33)_8 = (X)_{10}$$

$$3 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 24 + 3 = (27)_{10} \quad \checkmark$$

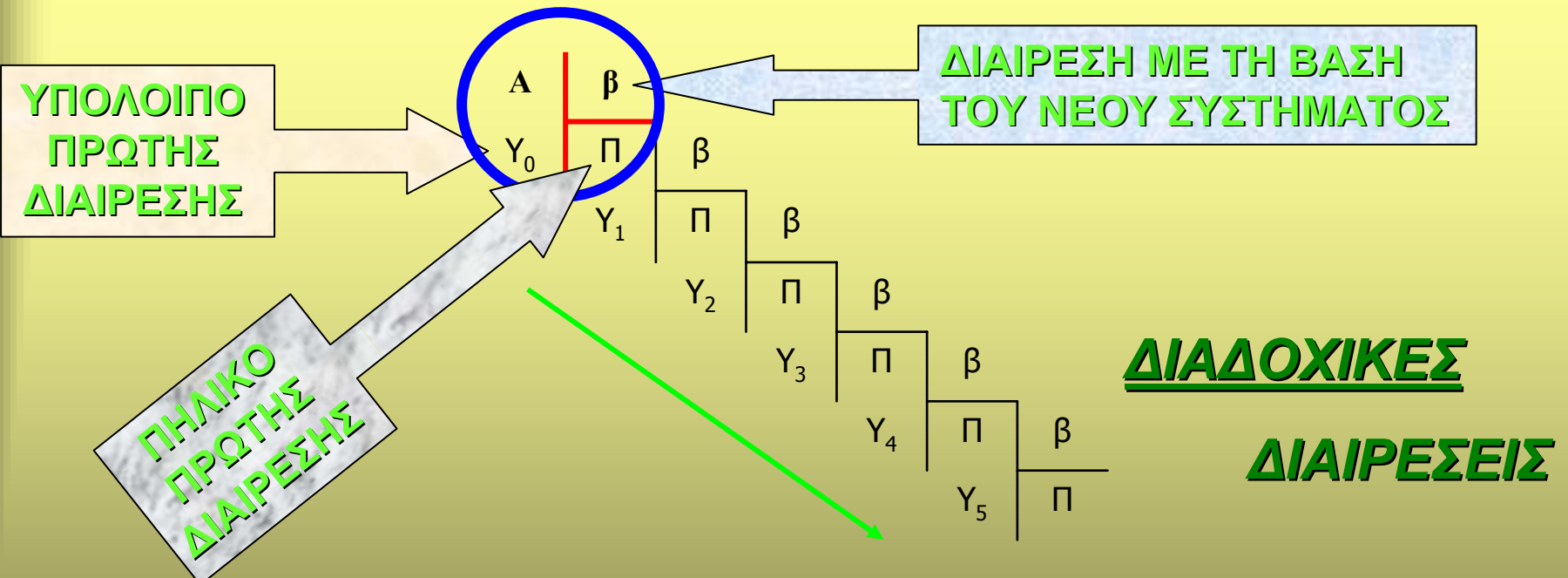


$$(A)_\beta = (a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0)_\beta =$$

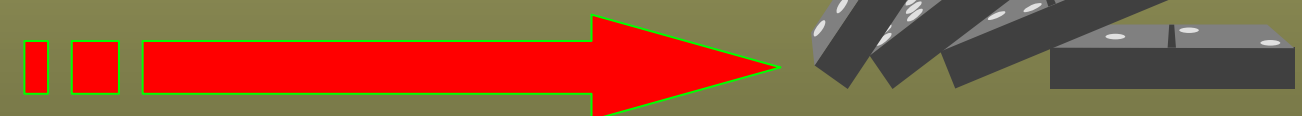
$$a_n \beta^n + a_{n-1} \beta^{n-1} + \dots + a_3 \beta^3 + a_2 \beta^2 + a_1 \beta^1 + a_0 \beta^0 = (X)_{10}$$



ii. ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ ΤΟ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΕ ΟΠΟΙΑΔΗΠΟΤΕ ΒΑΣΗ

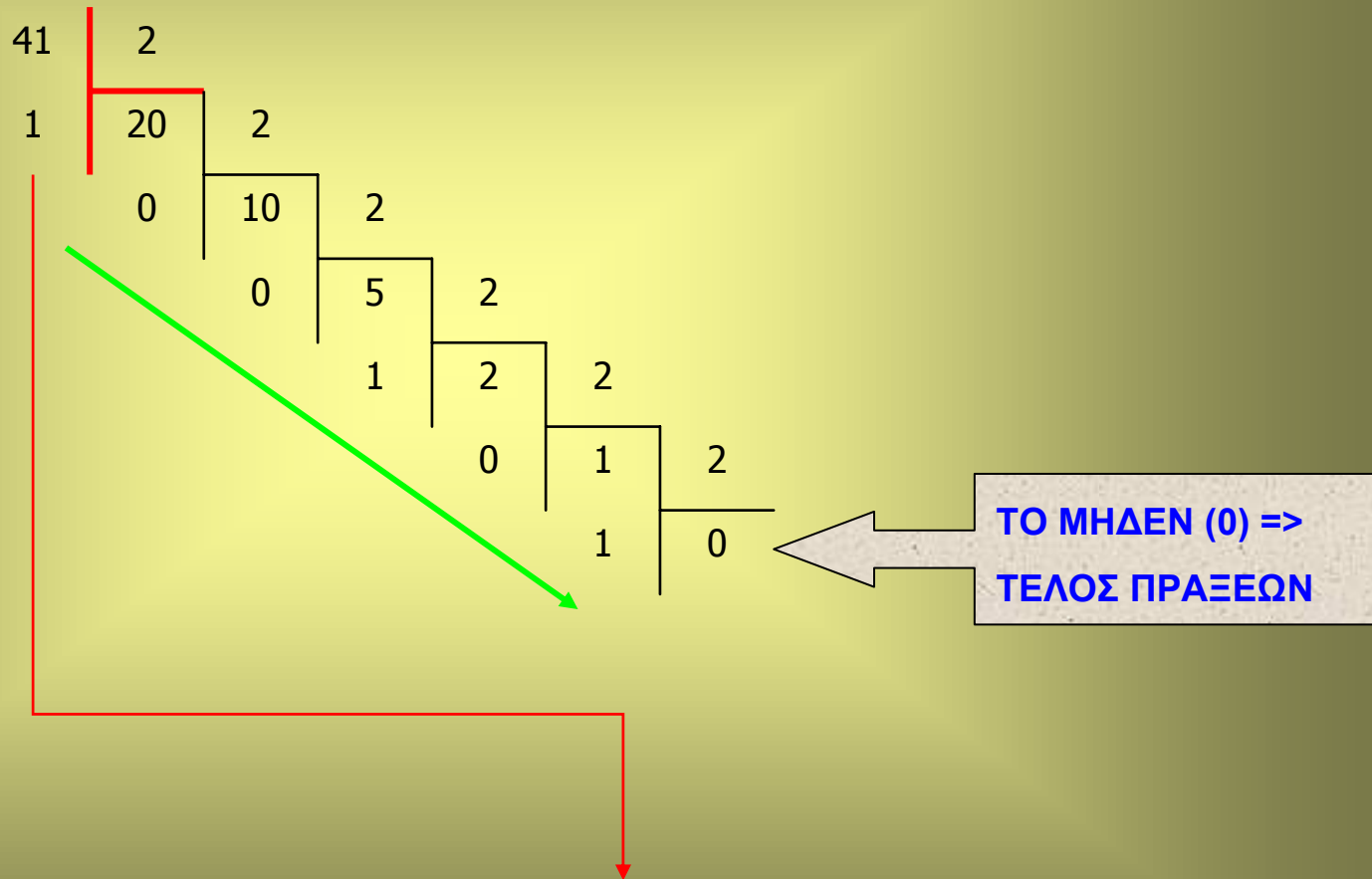


$$(A)_{10} = (Y_5 Y_4 Y_3 Y_2 Y_1 Y_0)_\beta$$



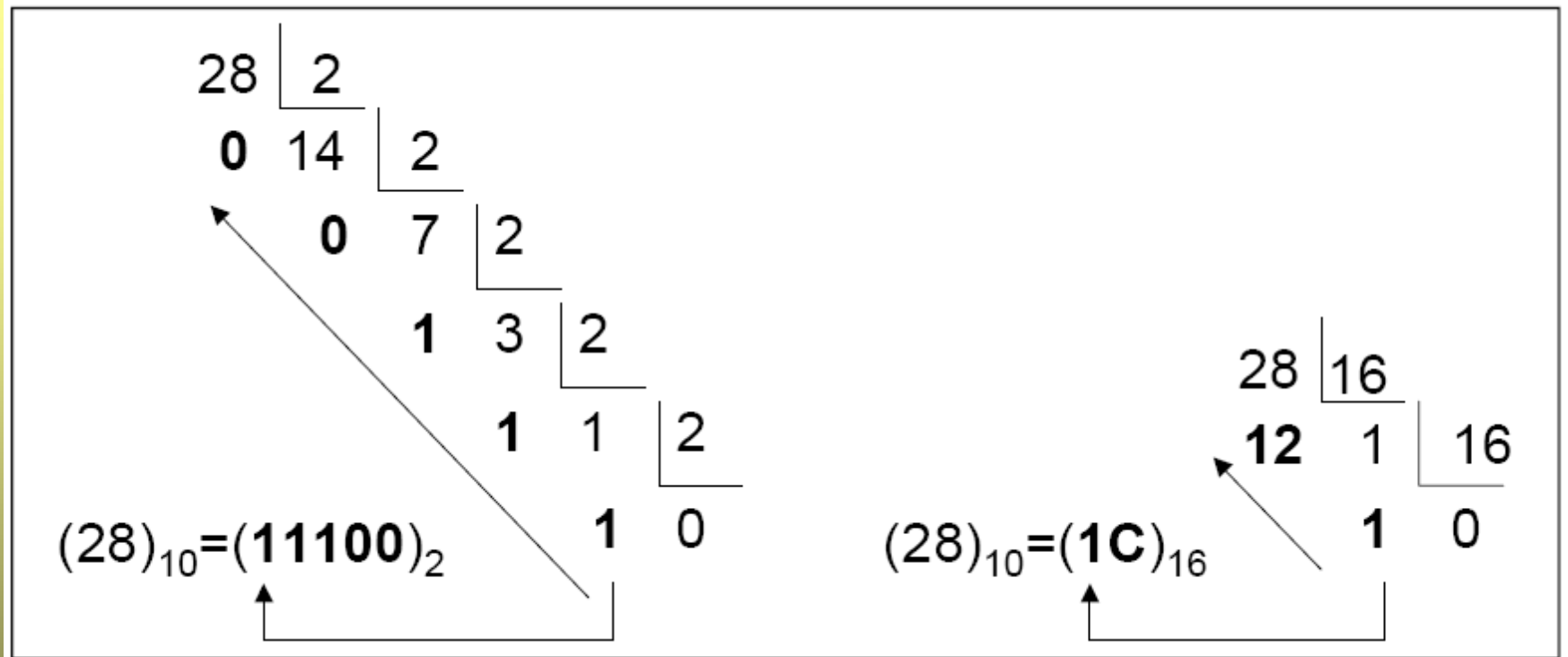
Παράδειγμα,

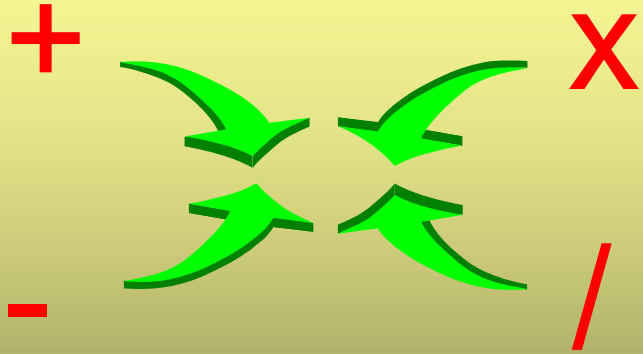
Ο δεκαδικός αριθμός $(41)_{10}$ αντιστοιχεί στο δυαδικό αριθμό $(101001)_2$



Άρα : $(41)_{10} = (101001)_2$

ΚΑΙ ΑΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΑΡΙΘΜΩΝ





+ ΠΡΑΞΗ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ

Μνημονικοί κανόνες της δυαδικής πρόσθεσης :

$0 + 0 = 0$
 $0 + 1 = 1$
 $1 + 0 = 1$
 $1 + 1 = 10$ (άθροισμα 0 και κρατούμενο 1)

a	b	C _{in}	S	C _{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Πίνακας αληθείας της πρόσθεσης δύο ψηφίων και του κρατουμένου

Παράδειγμα, δυαδικής πρόσθεσης: $(011001)_2 + (001100)_2 = (100101)_2$

	0	1	1	0	0	1
+	0	0	1	1	0	0
<hr/>						
	1	0	0	1	0	1
		1	1			


ΓΡΑΜΜΗ ΚΡΑΤΟΥΜΕΝΩΝ

Η αντίστοιχη πρόσθεση στο δεκαδικό σύστημα θα έδινε $25 - 12 = 37$

— ΠΡΑΞΗ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ

Μνημονικοί κανόνες της δυαδικής Αφαίρεσης :

$0 - 0 = 0$
 $0 - 1 = 11$ (Διαφορά 1 και Δανεικό 1)
 $1 - 0 = 1$
 $1 - 1 = 0$

a	b	rin	d	rou
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Πίνακας αληθείας της αφαίρεσης δύο ψηφίων και του δανεικού

Παράδειγμα, δυαδικής αφαίρεσης : $(111100)_2 - (011010)_2 = (100010)_2$

	1	1	1	1	0	0
-	0	1	1	0	1	0
<hr/>						
	1	0	0	0	1	0
					1	



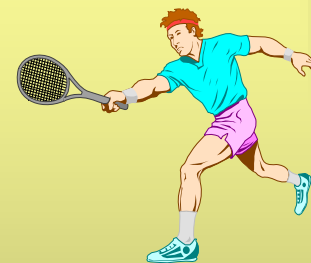
ΓΡΑΜΜΗ ΔΑΝΕΙΚΩΝ

Η αντίστοιχη αφαίρεση στο δεκαδικό σύστημα θα έδινε $60 - 26 = 34$

Χ ΠΡΑΞΗ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ

Παράδειγμα, δυαδικού πολλαπλασιασμού : $(1110)_2 - (110)_2 = (1010100)_2$

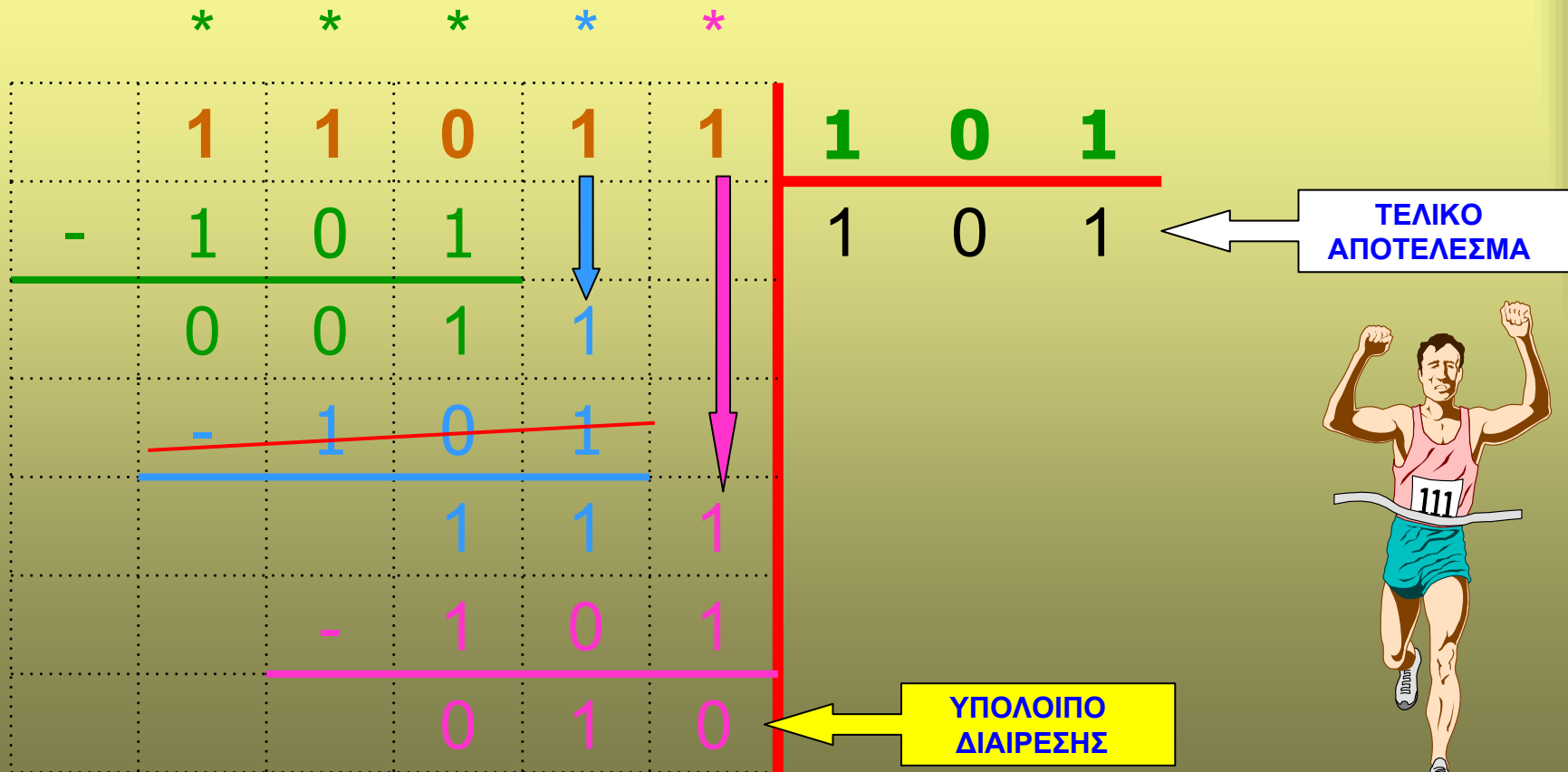
			1	1	1	0	
X				1	1	0	
			0	0	0	0	1° ΜΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ
		1	1	1	0		2° ΜΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ
+	1	1	1	0			3° ΜΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ
1	0	1	0	1	0	0	ΤΕΛΙΚΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
	1	1	1				ΓΡΑΜΜΗ ΚΡΑΤΟΥΜΕΝΩΝ



Ο αντίστοιχος πολλαπλασιασμός στο δεκαδικό σύστημα θα έδινε $14 \times 6 = 84$

/ ΠΡΑΞΗ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ ΣΤΟ ΔΥΑΔΙΚΟ

Παράδειγμα, δυαδικής διαίρεσης : $(11011)_2 / (101)_2 = (101)_2$ και $Υ = (010)_2$



Η αντίστοιχη διαίρεση στο δεκαδικό σύστημα θα έδινε $27 / 5 = 5$ και υπόλοιπο 2

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Εκτελέστε τις ακόλουθες μετατροπές

- $(111)_2 = (X)_{10}$
- $(FFA)_{16} = (X)_{10}$
- $(154)_{10} = (X)_{16}$
- $(22)_{10} = (X)_2$
- $(10010010)_2 = (X)_{16}$
- $(65F)_{16} = (X)_2$

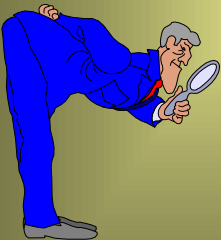


2. Εκτελέστε τις ακόλουθες πράξεις στο δυαδικό σύστημα

- $111 + 1001$
- $111 - 11$
- 11×10
- $1111 : 11$

3. Εκτελέστε τις ακόλουθες πράξεις στο δεκαεξαδικό σύστημα

- $AF9 + 11B$
- $AA9 - 1B8$



ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ

ΚΑΓΙΑΜΠΑΚΗΣ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ του Ιωάννου

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ
(ΑΣΕΤΕΜ – ΣΕΛΕΤΕ)

Υποδιευθυντής 1^ο ΣΕΚ Ηρακλείου Κρήτης

& Υπεύθυνος Εργαστηρίων Αυτοματισμού – ΣΑΕ & ΕΗΕ

Διεύθυνση κατοικίας : Φιλικής Εταιρείας & Ριζάρη 1

Αγ. Αικατερίνη Τ. Κ. : 71307

Ηράκλειο – Κρήτης

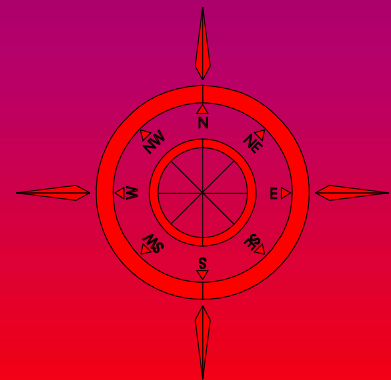
Τηλ. : 2810/326005 (1^ο ΣΕΚ Ηρακλείου Κρήτης)

2810/326005 (Οικίας)

FAX : 2810/321051

<http://www.electricalab.gr/>

E-mail : sek-her@otenet.gr



03995686 © www.visualphotos.com

Copyright, 2006 KMAN 

