

### ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΕ GPS – ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ

συναρτησιακό μοντέλο:  $Ax=I+v$   
(γεωμετρική απόσταση δορυφόρων-δέκτη)

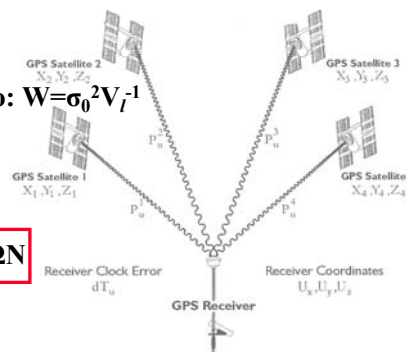
μετρήσεις:  $I$   
(ψευδοαποστάσεις)

στοχαστικό μοντέλο:  $W=\sigma_0^2V_l^{-1}$   
( $\sigma_i=c \text{ cosec}\phi_i$ )

#### ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

άγνωστοι:  $x$   
( $X, Y, Z, dT$ )

εκτίμηση μεταβλητοτήτων:  $V_x, V_y$



$$\rho_u^1 = \sqrt{(X_1 - u_x)^2 + (Y_1 - u_y)^2 + (Z_1 - u_z)^2} + c(dT_u)$$

$$\rho_u^2 = \sqrt{(X_2 - u_x)^2 + (Y_2 - u_y)^2 + (Z_2 - u_z)^2} + c(dT_u)$$

$$\rho_u^3 = \sqrt{(X_3 - u_x)^2 + (Y_3 - u_y)^2 + (Z_3 - u_z)^2} + c(dT_u)$$

$$\rho_u^4 = \sqrt{(X_4 - u_x)^2 + (Y_4 - u_y)^2 + (Z_4 - u_z)^2} + c(dT_u)$$

## ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΕ GPS – ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ

συναρτησιακό μοντέλο:  $Ax=I+v$

(γεωμετρική απόσταση δορυφόρων-δέκτη)

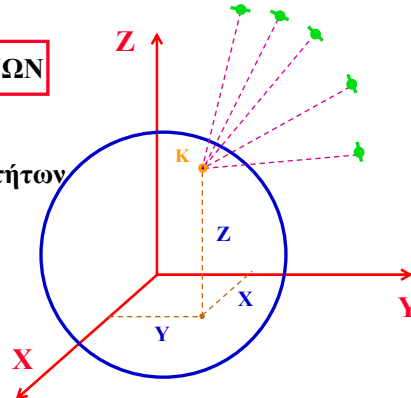
μετρήσεις:  $I$   
(ψευδοαποστάσεις)

στοχαστικό μοντέλο:  $W=\sigma_0^2P^{-1}$   
( $\sigma_i=c \text{ cosec}\varphi_i$ )

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

άγνωστοι:  $x$   
( $X, Y, Z, dT$ )

εκτίμηση μεταβλητοτήτων  
( $V_x, V_v$ )



- σε ποιο ΣΑ παίρνουμε την θέση του δέκτη ( $X, Y, Z$ ) και την ποιότητα της θέσης  $V_x$  και  $V_v$  ?

- τι εκφράζει ο πίνακας  $V_x$  και  $V_v$  ?

Β Γκίκας

## ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ – ΠΙΝΑΚΑΣ $V_x$

- στοιχεία κύριας διαγωνίου του  $V_x$ 
  - μεταβλητότητες της θέσης ( $X, Y, Z$ ) και του χρονομέτρου του δέκτη  $dT$
  - τα  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  εκφράζουν την τυπική απόκλιση της θέσης του δέκτη
- στοιχεία εκτός της κύριας διαγωνίου του  $V_x$ 
  - συμεταβλητότητες αγνώστων παραμέτρων
  - εκφράζουν τη συσχέτιση των αγνώστων παραμέτρων

$$V_x = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} & \sigma_{xdT} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} & \sigma_{ydT} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 & \sigma_{zdT} \\ \sigma_{dTx} & \sigma_{dT y} & \sigma_{dTz} & \sigma_{dT}^2 \end{bmatrix}$$

- τα στοιχεία του πίνακα  $V_x$  αναφέρονται σε γεωκεντρικό ΣΑ

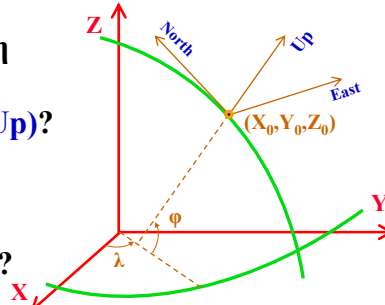
Β Γκίκας

## ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ – ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

➤ γιατί μετατρέπουμε τη θέση του δέκτη (X, Y, Z) από το γεωκεντρικό ΣΑ WGS '84 σε τοποκεντρικό ΣΑ (N, E, Up)?

➤ πως ορίζεται ένα τοποκεντρικό ΣΑ?

➤ πως πάμε από το ένα ΣΑ στο άλλο ΣΑ?



$$\begin{bmatrix} N \\ E \\ Up \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

➤ πως υπολογίζεται ο Vx στο τοποκεντρικό ΣΑ ?

$$V_{X_{\text{TOPO}}} = R V_{X_{\text{GEO}}} R' \rightarrow (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \Rightarrow (\sigma_N, \sigma_E, \sigma_{Up})$$

➤ τι εκφράζει ο Vx<sub>topo</sub> ?

Β Γκίκας

## ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ – ΕΛΛΕΙΨΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

➤ τι περιγράφει και πως υπολογίζεται η έλλειψη σφάλματος

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} E \\ N \end{bmatrix}$$



$$\sigma_p^2 = \sigma_E^2 \cos^2(\psi) + 2\sigma_{EN} \cos(\psi) \sin(\psi) + \sigma_N^2 \sin^2(\psi)$$

$$\sigma_q^2 = \sigma_E^2 \sin^2(\psi) - 2\sigma_{EN} \cos(\psi) \sin(\psi) + \sigma_N^2 \cos^2(\psi)$$

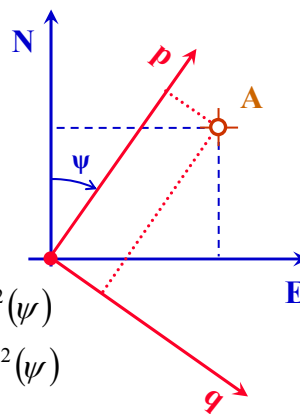


$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2\sigma_{EN}}{\sigma_E^2 - \sigma_N^2} \right]$$

$$\sigma_{\max}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_E^2 + \sigma_N^2) + \sqrt{(\sigma_E^2 - \sigma_N^2)^2 + 4\sigma_{EN}^2} \right]$$

$$\sigma_{\min}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_E^2 + \sigma_N^2) - \sqrt{(\sigma_E^2 - \sigma_N^2)^2 + 4\sigma_{EN}^2} \right]$$

Β Γκίκας



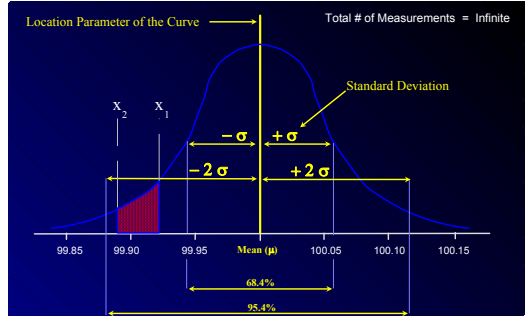
## ΕΠΙΠΕΔΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΤΥΠΙΚΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ & ΕΛΛΕΙΨΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

### ➤ τυπικό σφάλμα 68% & 95%

$$\sigma_{E_{95\%}} = 1.96 * \sqrt{\sigma_E^2}$$

$$\sigma_{N_{95\%}} = 1.96 * \sqrt{\sigma_N^2}$$

$$\sigma_{Up_{95\%}} = 1.96 * \sqrt{\sigma_{Up}^2}$$



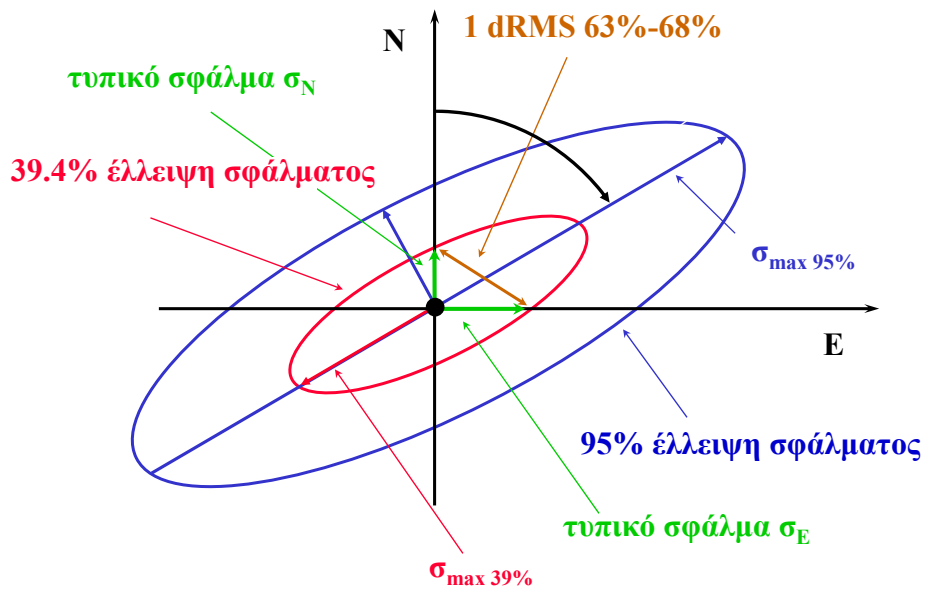
### ➤ έλλειψη σφάλματος 39% & 95%

$$\sigma_{\max_{95\%}} = 2,447 * \sigma_{\max}$$

$$\sigma_{\min_{95\%}} = 2,447 * \sigma_{\min}$$

Β Γκίκας

## ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ – ΕΛΛΕΙΨΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ



Β Γκίκας

## ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ – ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ

➤ δείκτες ακρίβειας που προκύπτουν άμεσα από τον  $V_x$ ,  $V_{x,ΤΟΡΟ}$

- distance root mean square

$$DRMS = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2} \longrightarrow 64\% - 77\%$$

$$2DRMS = 2 \times DRMS \longrightarrow 95\% - 98\%$$

- spherical accuracy standard

$$SAS = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2 + \sigma_{UP}^2} \longrightarrow \sim 61\%$$

➤ δείκτες ακρίβειας που προκύπτουν έμμεσα από τον  $V_x$ ,  $V_{x,ΤΟΡΟ}$

- circular error probable

$$CEP = 0.5887(\sigma_N + \sigma_E) \longrightarrow 50\%, \sigma_{\min}/\sigma_{\max} > 0.2$$

- circular map accuracy standard

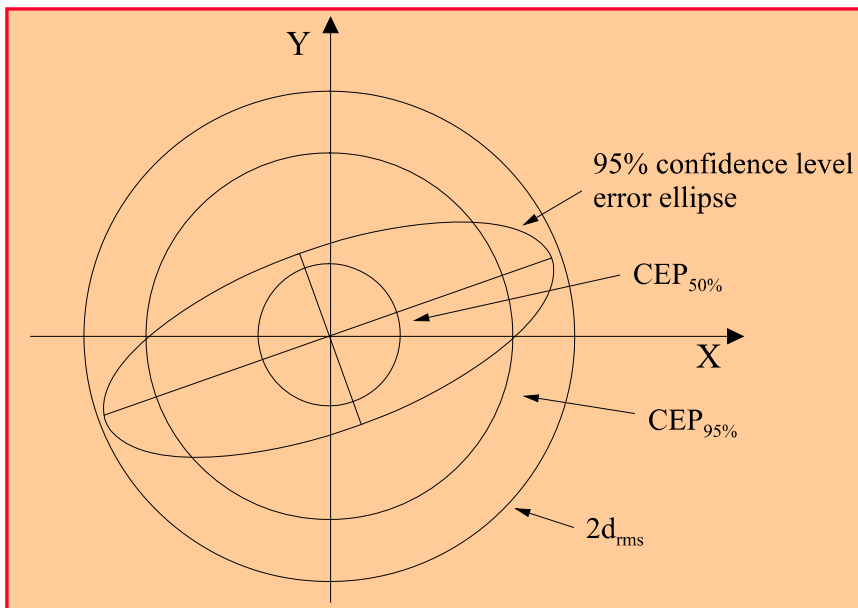
$$CMAS = 1.8227 \times CEP \longrightarrow 90\%, \sigma_{\min}/\sigma_{\max} > 0.2$$

- spherical error probable

$$SEP = 0.5127(\sigma_N + \sigma_E + \sigma_{UP}) \longrightarrow 90\%, \sigma_{\min}/\sigma_{\max} > 0.35$$

Β Γκίκας

## ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ – ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ



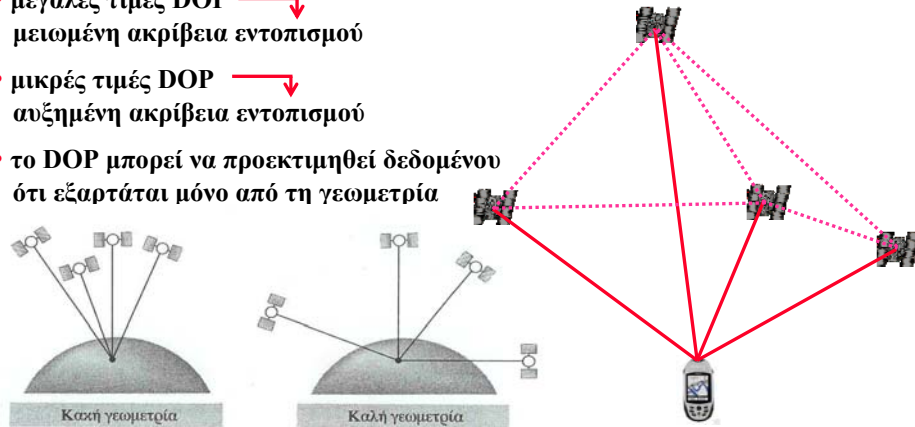
Β Γκίκας

## ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΟΥ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ↔ ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΥ

**DOP (dilution of precision):**

$$\sigma_{\text{εντοπισμού}} = \text{DOP} \sigma_{\text{μετρήσεων ψευδοαποστάσεων}}$$

- επίδραση γεωμετρίας δορυφορικού σχηματισμού στην ακρίβεια εντοπισμού
- μορφή και όγκος στερεού που ορίζεται από τους δορυφόρους και τον δέκτη
- μεγάλες τιμές DOP → μειωμένη ακρίβεια εντοπισμού
- μικρές τιμές DOP → αυξημένη ακρίβεια εντοπισμού
- το DOP μπορεί να προεκτιμηθεί δεδομένου ότι εξαρτάται μόνο από τη γεωμετρία



Β Γκίκας

## ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ DOP

γεωμετρία δορυφορικού σχηματισμού ↔ πίνακας σχεδιασμού **A**

$$\begin{bmatrix} x^p - x_k & y^p - y_k & z^p - z_k & -c \\ \rho_k^p & \rho_k^p & \rho_k^p & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta t \end{bmatrix} = R_k^p - \rho_k^p \longrightarrow V_x = (A^T A)^{-1}, V_{x, \text{topo}} = \dots$$

### κατηγορίες DOPs

- **Position DOP** :  $\text{PDOP} = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2 + \sigma_{UP}^2 + \sigma_t^2}$
- **Geometric DOP** :  $\text{GDOP} = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2 + \sigma_{UP}^2}$
- **Horizontal DOP** :  $\text{HDOP} = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_E^2}$
- **Vertical DOP** :  $\text{VDOP} = \sqrt{\sigma_{UP}^2}$
- **Time DOP** :  $\text{TDOP} = \sqrt{\sigma_t^2}$

Β Γκίκας

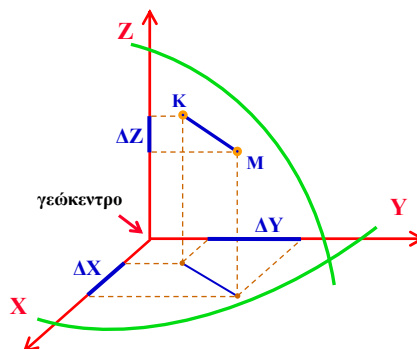
## ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΜΕ GPS – ΣΧΗΤΙΚΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ

μέτρηση μεμονωμένης βάσης

$$l = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z), \quad V_1 (3 \times 3)$$



$$X_M = X_K + \Delta X, \quad Y_M = Y_K + \Delta Y, \quad Z_M = Z_K + \Delta Z$$



Β Γκίκας

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΒΑΣΕΩΝ – ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΧΟΥΝ ΤΗΝ ΤΕΛΙΚΗ ΛΥΣΗ ΚΑΙ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΠΟΙΟΤΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

### διαδικασίες πεδίου

- ύψος κεραίας
- σφάλματα κέντρωσης
- κωδικοποίηση σημείων

### ρυθμίσεις δέκτη

- γωνία αποκοπής δορυφόρων
- απόρριψη δορυφόρων
- ανάμιξη διαφορετικού τύπου δεκτών

### συνθήκες παρατήρησης

- πλήθος δορυφόρων
- τιμή DOP
- δορυφόροι με μικρή γωνία ύψους
- πολλαπλές ηλεκτρονικές διαδρομές
- απώλεια κύκλων
- διάστημα παρατήρησης

### κριτήρια ποιοτικού ελέγχου

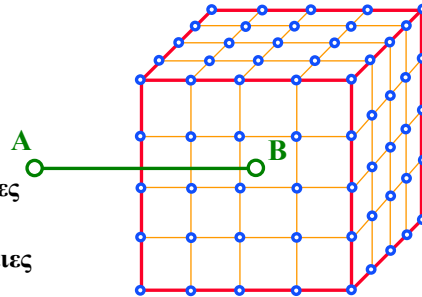
- είδος επίλυσης
- ratio
- RMS
- διαγράμματα υπολοίπων

Β Γκίκας

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΒΑΣΕΩΝ - RATIO

### διαδικασία επίλυσης βάσεων (μία από πολλές τεχνικές)

- αρχική λύση από μετρήσεις κώδικα
- βελτιωμένη λύση από τριπλές διαφορές
- επίλυση ασαφειών και υπολογισμός τελικής λύσης
- ορίζεται κύβος πλευράς 8σ
- για κάθε κόμβο υπολογίζονται οι ασάφειες ως πραγματικοί αριθμοί
- για κάθε κόμβο προσεγγίζονται οι ασάφειες με τον πλησιέστερο ακέραιο
- με δεδομένες τις ακέραιες ασάφειες υπολογίζονται οι θέσεις των κόμβων και το τυπικό σφάλμα της συνόρθωσης
- υπολογίζεται το RATIO της λύσης
- $RATIO = \sigma_p / \sigma_q$ , όπου  $\sigma_p$  και  $\sigma_q$  η δεύτερη και πρώτη καλύτερη λύση
  - εάν  $RATIO > threshold \Rightarrow$  ασάφειες ακέραιοι αριθμοί (fixed solution)
  - εάν  $RATIO < threshold \Rightarrow$  ασάφειες πραγματικοί αριθμοί (float solution)



Β Γκίκας



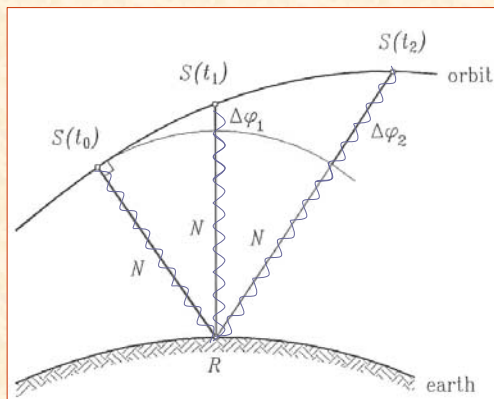
Τεχνικές μέτρησης με GPS - παρατηρήσεις φάσεων

$$\rho = \Phi + \lambda N + c(dT-dt) + d_{ion} - d_{trop} + \epsilon_\phi$$

$\Phi$  : η κλασματική διαφορά φάσης μετράται άμεσα ( $\Phi < \lambda = 0.19$  m)

$\lambda N$  : το πλήθος των ακέραιων κύκλων από τον χρόνο εκπομπής μέχρι τη λήψη

❖ πως υπολογίζεται το πλήθος των ακέραιων κύκλων N;

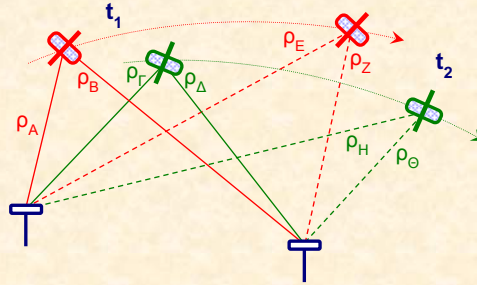


❖ ποια η ακρίβεια εντοπισμού με μετρήσεις φάσεων;

- η ανάλυση της μέτρησης φάσης  $\cong$  1% μήκους κύματος
- L1:  $\lambda = 0.19$  m & L2:  $\lambda = 0.24$  m  $\rightarrow$  1% μήκους κύματος  $\cong$  2 mm
- η τελική ακρίβεια στην μέτρηση φάσης είναι πολύ μικρότερη
- παραμένουν τα σφάλματα λόγω χρονόμετρων, ατμόσφαιρας και θορύβου

Β Γκίκας





- $\rho_A - \rho_B$  : απλή διαφορά
- $(\rho_A - \rho_B) - (\rho_C - \rho_D)$  : διπλή διαφορά
- $\{(\rho_A - \rho_B) - (\rho_C - \rho_D)\} - \{(\rho_E - \rho_Z) - (\rho_H - \rho_O)\}$  : τριπλή διαφορά



$$\{(N_A - N_B) - (N_C - N_D)\} - \{(N_E - N_Z) - (N_H - N_O)\} =$$

$$\{(N_A - N_B) - (N_C - N_D)\} - \{(N_A - N_B) - (N_C - N_D)\} = 0$$

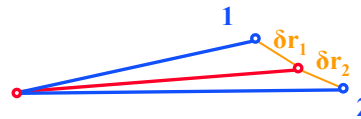
### ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΒΑΣΕΩΝ – REFERENCE VARIANCE, RMS

#### reference variance

- reference variance =  $\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}$
- πόσο καλά το υπολογισμένο σφάλμα προσεγγίζει το αναμενόμενο σφάλμα
- πρέπει να πλησιάζει τη μονάδα

#### RMS

- $RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta r_i^2}{n-1}}$
- εκφράζει τη συμβιβαστικότητα της λύσης (εσωτερική ακρίβεια)



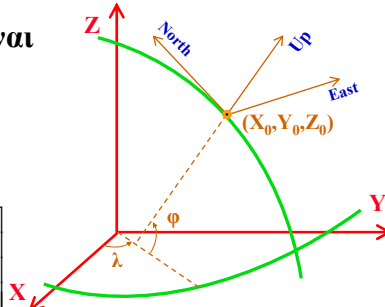
#### παράδειγμα

	DX [m]	DY [m]	DZ [m]	$\sigma_{DX}$ [m]	$\sigma_{DY}$ [m]	$\sigma_{DZ}$ [m]	ratio	rms [m]
TRP	-303.457	135.317	158.292	1.419	1.011	0.520		0.003
FLT	-303.431	135.314	158.284	0.068	0.062	0.027		0.003
FIX	-303.437	135.327	158.263	0.003	0.006	0.004	30.1	0.004
TRP	-191.888	-343.451	-546.721	6.686	0.699	1.488		0.004
FLT	-192.221	-343.366	-546.721	0.538	0.069	1.102		0.007
FIX	-192	-343.192	-546.689	0.027	0.107	0.051	1.7	0.052

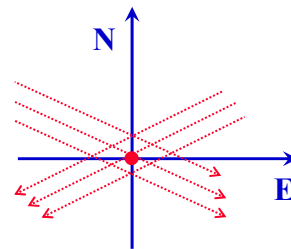
## ΣΧΕΤΙΚΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ – $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \leftrightarrow (\Delta E, \Delta N, \Delta Up)$

- το τελικό προϊόν της συνόρθωσης είναι το διάνυσμα  $x$  και ο πίνακας  $Vx$
- γιατί το  $\sigma_Y$  είναι εν γένει μικρότερο από τα  $\sigma_X$  και  $\sigma_Z$  ?

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta E \\ \Delta Up \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

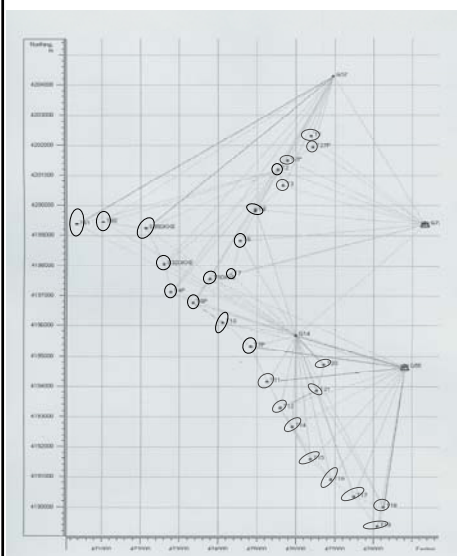


- γιατί το  $\sigma_E$  είναι εν γένει μικρότερο από τα  $\sigma_N$  και  $\sigma_{Up}$  ?



Β Γκίκας

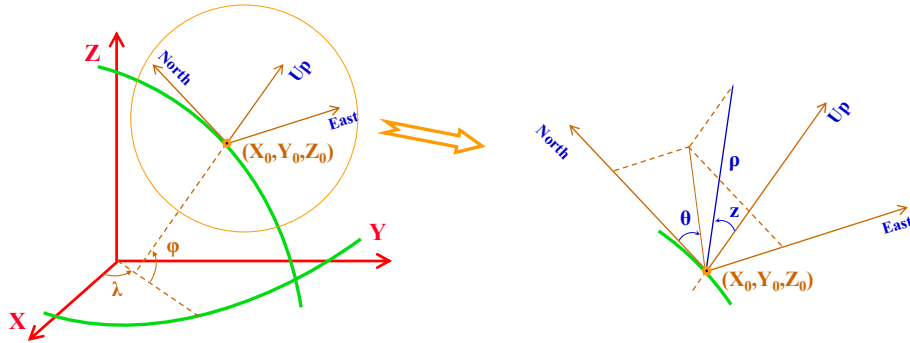
## ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΓΙΑ ΤΟ ΤΡΑΜ ΤΗΣ ΑΘΗΝΑΣ



	X (m)	$\sigma_X$ (m)	Y (m)	$\sigma_Y$ (m)	Z (m)	$\sigma_Z$ (m)
01	4608259,658	0,007	2027648,589	0,003	3901452,647	0,004
02	4607084,421	0,009	2027686,140	0,003	3903591,448	0,006
03	4606462,691	0,000	2027122,465	0,002	3903259,255	0,004
04	4605702,773	0,007	2021585,184	0,003	3904688,492	0,005
05	4605099,850	0,008	2023482,148	0,004	3903226,111	0,005
06	4602748,965	0,008	2025500,658	0,002	3906998,548	0,008
07	4606494,499	0,007	2025547,501	0,003	3903235,989	0,004
08	4607845,040	0,007	2024695,119	0,003	3901984,978	0,004
09	4606001,073	0,006	2028311,033	0,003	3905989,943	0,006
10	4608835,458	0,007	2031584,158	0,002	3905025,502	0,005
11	4610025,589	0,007	2027253,172	0,006	3903652,986	0,004
12	4609695,953	0,008	2027122,736	0,002	3900245,253	0,004
13	4609260,789	0,007	2027259,458	0,003	3903048,256	0,005
14	4607538,360	0,008	2022564,157	0,004	3901589,200	0,004
15	.	.	.	.	.	.
16	.	.	.	.	.	.
17	.	.	.	.	.	.

Β Γκίκας

**ΣΧΕΤΙΚΟΣ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ –  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) (\Delta E, \Delta N, \Delta Up) \leftrightarrow (\rho, \theta, z)$**



$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \leftrightarrow \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta E \\ \Delta Up \end{bmatrix} = \rho * \begin{bmatrix} \sin(z)\cos(\theta) \\ \sin(z)\sin(\theta) \\ \cos(z) \end{bmatrix}$$